الأولى علوم رياضية من س.ب **عموميات حول الدوال العددية** 02-12-09

تمرين رقم 1 :

حدد مجموعة تعريف كل دالة من الدوال التالية :

$f_1(x)=\dfrac{x+2}{x^2+x-2}$ $\quad f_2(x)=\dfrac{1}{|x^2-1|-3}$

$f_3(x)=\sqrt{x^2-1}+\dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ $\quad f_4(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-|x-1|}}$

$f_5(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{1-E(x)}$ $\quad f_6(x)=\dfrac{1}{x-E(x)}$

تمرين رقم 2 :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

$\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)=\dfrac{x^2+3}{|x|+1}$

1- أدرس زوجية الدالة f .

2- بين أن الدالة f تقبل قيمة قصوى مطلقة عند النقطة $x_0=1$.

3- أ – أدرس تغيرات الدالة f على كل من المجالين $[0\ 1]$ و $[1;+\infty[$.

ب- أنشئ جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

تمرين رقم 3 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+x+9}$

1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f .

2) بين أن f تقبل قيمة دنيا مطلقة عند $x_0=-4$.

3) أ- بين أن : $\forall x\in D\quad |f(x)|<1$

ب- ماذا تستنتج بالنسبة للدالة f .

ج- ماذا تستنتج بالنسبة لمنحنى الدالة f .

تمرين رقم 4 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$f(x)=x-1+\dfrac{1}{x+2}$

1) بين أن f تقبل قيمة قصوية نسبية عند النقطة 3- .

2) بين أن f تقبل قيمة دنوية نسبية عند النقطة 1- .

تمرين رقم 5 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$

1) أدرس زوجية و رتابة الدالة f .

2) بين أن : $f(\mathbb{R})=[0;1[$

تمرين رقم 6 :

1) نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)=x-E(x)$

بين أن f محدودة على $\mathbb{R}$.

2) نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي :

$g(x)=\dfrac{x-E(x)}{\sqrt{x}}$

أ- حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g .

ب- بين أن g محدودة على D_g .

تمرين رقم 7 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$f(x)=\dfrac{1}{x^2-x}$

1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f .

2) أدرس تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها .

3) هل f شمولية ؟ هل f تباينية ؟

4) ليكن g قصور الدالة f على المجال $\left[\dfrac{1}{2};1\right[$.

بين أن g تقابل من $\left[\dfrac{1}{2};1\right[$ نحو $]-\infty;-4]$

تمرين رقم 8 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$

1) حدد D_f و ادرس زوجية الدالة f .

2) أدرس رتابة الدالة f على كل من المجالين $]0\ 1[$ و $]1;+\infty[$ ثم أنشئ جدول تغيراتها .

3) بين أن : $f(]1;+\infty[)=]0;+\infty[$

4) ليكن g قصور f على المجال $]1;+\infty[$.

أ- بين أن g تقابل من $]1;+\infty[$ نحو $]0;+\infty[$.

ب- حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x\in]0;+\infty[$.

تمرين رقم 9 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$\forall x\in]0;1]\quad f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x}}$

1) أدرس تغيرات الدالة f على $]0;1]$.

2) بين أن f تقابل من $]0;1]$ نحو $[2;+\infty[$

3) حدد $f^{-1}(x)$.

تمرين رقم 1 :

لتكن f الدالة العددية للمتغير x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\frac{2x}{1-x^2}$$

1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f و ادرس زوجيتها.

2) ادرس تغيرات الدالة f على كل من المجالين $]0;1[$ و $]1;+\infty[$ ثم أنشئ جدول تغيراتها على D .

3) ليكن g قصور f على $]-1;1[$.

أ- بين أن g تقابل من المجال $]-1;1[$ نحو IR .

ب- حدد التقابل العكسي g^{-1} .

تمرين رقم 2 :

لتكن f الدالة العددية للمتغير x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2-4}}$$

1- حدد D مجموعة تعريف الدالة f .

2- تحقق أن f دالة فردية.

3- أ – بين أن : $\forall x\in D\ \ [f(x)]^2=4+\frac{16}{x^2-4}$

ب- أثبت أن

$$\forall x;y\in D\ ;[f(x)]^2-[f(y)]^2=\frac{-16(x^2-y^2)}{(x^2-4)(y^2-4)}$$

ج- استنتج منحى تغيرات f على كل من المجالين $]-\infty;-2[$ و $]2;+\infty[$.

4- ليكن g قصور f على المجال $]2;+\infty[$.

أ- بين أن g تقابل من $]2;+\infty[$ نحو $]2;+\infty[$.

ب- حدد تقابله العكسي g^{-1} .

تمرين رقم 3 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}$$

1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f .

2) أ - بين أن : $\forall x\in D\ \ f(x)=\frac{2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}$

ب- استنتج تغيرات الدالة f على D .

3) أ - ناقش وحل في $\mathbb{R}$ النظمة التالية :

$$\begin{cases}\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=\alpha\\ \sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}=\frac{2}{\alpha}\end{cases}$$ حيث α برامتر حقيقي .

ب - استنتج أن f تقابل من $]1;+\infty[$ نحو $\left]0;\sqrt{2}\right]$ ، وحدد تقابله العكسي .

تمرين رقم 4 :

لتكن f الدالة العددية للمتغير x المعرفة بما يلي:

$$f(x)=x+2-2\sqrt{x+1}$$

1- حدد D مجموعة تعريف الدالة f .

2- أدرس منحى تغيرات f على كل من المجالين $[-1;0]$ و $]0;+\infty[$ ثم استنتج أن f تقبل مطرافا عند الصفر .

3- ليكن g قصور الدالة f على المجال $I=[0;+\infty[$.

أ- بين أن g تقابل من I نحو I .

ب- حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من I .

تمرين رقم 5 :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي:

$$f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$$

1) بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ \ f(x)>0$

2) أ - بين أن :

$$\forall x,y\in\mathbb{R}\ :$$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=\frac{x+\sqrt{x^2+1}+y+\sqrt{y^2+1}}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}}$$

ب - استنتج تغيرات f على $\mathbb{R}$.

3) بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو المجال $]0;+\infty[$.

وعرف تقابله العكسي f^{-1}

تمرين رقم 6 :

نعتبر الدالة h المعرفة بما يلي: $h(x)=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

1) حدد D مجموعة تعريف الدالة h .

2) أ – بين أن : $\forall x\in D\ \ h(x)=1+\frac{2}{\sqrt{x}-1}$

ب- أدرس رتابة h على كل من المجالين $]1,+\infty[$ و $]0,1[$.

3) ليكن f قصور h على المجال $]1,+\infty[$ و g قصور h على المجال $]0,1[$.

أ – بين أن : $\forall x\in]0,1[\ \ g(x)=-f(\frac{1}{x})$

ب- بين أن f تقابل من $]1,+\infty[$ نحو $]1,+\infty[$ محددا تقابله العكسي f^{-1}.

ج – استنتج أن g تقابل من $]0,1[$ نحو $]-\infty,-1[$ وأن تقابله العكسي g^{-1} معرف بما يلي $g^{-1}(x)=\frac{1}{f^{-1}(-x)}$

لكل $x\neq -1$ و 0 هو صورة 1 بالدالة العكسية للدالة g

تمرين رقم 1 :

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$f(x)=x^3$ $\quad g(x)=-x-1$ وليكن (C_f) (C_g)

منحنيي الدالتين f و g في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أنشئ (C_f) (C_g) .

2) استنتج أن المعادلة $x^3+x+1=0$ $(x\in\mathbb{R})$ تقبل حلا وحيدا α .

3) بين أن : $-1<\alpha<-\frac{1}{2}$

تمرين رقم 2 :

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي:

$f(x)=\frac{x}{x+2}$ $\quad g(x)=x^2+4x$

وليكن (C_f) (C_g) منحنيي الدالتين f و g في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أنشئ (C_f) (C_g) وحدد عدد حلول المعادلة $f(x)=g(x)$.

2) حدد تغيرات الدالة fog على المجال $[-3;-1]$.

تمرين رقم 3 :

نعتبر الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي x المعرفتين بمايلي :

$f(x)=\frac{1}{3}(x^2-4x+6)$ و $g(x)=\sqrt{x}$

و (C_f) و (C_g) منحناهما في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$ بحيث $\|\vec{j}\|=2\,cm$ و $\|\vec{i}\|=1\,cm$.

1) أ ـ أعط معادلة ديكارتية لمحور الشلجم (C_f) .

ب ـ حدد إحداثيتي رأس الشلجم (C_f) .

2) أ ـ تحقق من أن $f(1)=g(1)$ و $f(4)=g(4)$

ب ـ أنشئ (C_f) و (C_g) .

3) نعتبر المتراجحة :

$(I):\ x\in\mathbb{R}^+,\ x(x-4)+3(2-\sqrt{x})<0$

أـ بين أن (I) تكافئ $f(x)<g(x)$.

ب ـ حل مبانيا المتراجحة (I) .

تمرين رقم 4 :

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بمايلي:

$f(x)=\frac{6x^2+8x+11}{(x-1)^2}$

1) حدد D_f مجموعة تعريف f .

2) نضع: $g(x)=\frac{2x+3}{x-1}$

أ ـ بين أن لكل x من D_f : $f(x)=2+(g(x))^2$

ب ـ حدد تغيرات الدالة g .

ج ـ بين أن الدالة f هي مركب الدالة g و دالة h يجب تحديدها

د ـ استنتج رتابة الدالة f على كل من المجالات $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right[$ و $\left]-\frac{3}{2},1\right[$ و $]1,+\infty[$.

تمرين رقم 5 :

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$f(x)=x^2-4x+5$

1) أ ـ مثل مبيانيا الدالة f .

ب ـ استنتج تغيرات الدالة f .

2) لتكن g الدالة المعرفة بما يلي : $g(x)=\frac{x+1}{x+3}$

حدد تغيرات g على D_g .

3) استنتج تغيرات الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$h(x)=\frac{x^2-4x+6}{x^2-4x+8}$

تمرين رقم 6 :

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي:

$f(x)=(x-2)^2$

1) أنشئ C_f منحنى f في م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2) حدد مبيانيا $f([0,4])$.

3) لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $g(x)=\sqrt{x^2-4x+8}$

أ ـ بين أن الدالة g هي مركب الدالة f ودالة h يتم تحديدها .

ب ـ استنتج تغيرات الدالة g .

تمرين رقم 7 :

1) حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة:

$(E):\ x\in\mathbb{R},\ x^2-12-2\sqrt{x}=0$

(اعتبر الدالتين $f(x)=\frac{1}{2}x^2-6$ و $g(x)=\sqrt{x}$)

2) أحسب f(4) و g(4) ثم استنتج مجموعة حلول (E)

تمرين رقم 8 :

1) أدرس تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي

$f(x)=x^2-x$

2) استنتج تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي

$g(x)=\left(x^2-x\right)^2-\left(x^2-x\right)$

تمرين رقم 1 :

I- نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x)=2-\frac{1}{x}$

وليكن (C_g) تمثيلها المبياني في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن $g(]-\infty;0[)=]2;+\infty[$.

2) أنشئ جدول تغيرات الدالة g معللا أجوبتك .

3) أنشئ (C_g) .

4) استنتج مبيانيا $g(]0;+\infty[)$.

II – نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2}$

1) أ- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

ب- بين أن $\forall x\in D_f \quad f(x)\in\left[0;\frac{1}{2}\right[$

ج- بين أن f دالة زوجية .

د- بين أن f تزايدية قطعا على $[1;\sqrt{2}]$ وتناقصية قطعا على $[\sqrt{2};+\infty[$.

ه- أنشئ جدول تغيرات f على D_f .

2) ليكن h قصور f على المجال $[\sqrt{2};+\infty[$.

أ- بين أن h تقابل من $[\sqrt{2};+\infty[$ نحو $\left[0;\frac{1}{2}\right[$.

ب- حدد التقابل العكسي h^{-1} .

III – نعتبر الدالة φ المعرفة بما يلي :

$$\varphi(x)=\frac{\sqrt{3x^2-4x+1}}{|x|\left(2-\frac{1}{x}\right)^2}$$

1- حدد D_φ مجموعة تعريف الدالة φ .

2- بين أن $\forall x\in D_\varphi \quad \varphi(x)=fog(x)$

3- أدرس تغيرات الدالة φ باعتبارها مركب الدالتين g و f .

تمرين رقم 2 :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x-1}}$

1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .

2) بين أن :

$\forall x,y\in D_f \quad x\neq y$

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=\frac{(x-1)(y-1)-1}{(x-1)(y-1)\left(f(x)+f(y)\right)}$$

3) استنتج تغيرات الدالة f على D_f .

4) ليكن g قصور f على المجال $[2;+\infty[$.

أ- بين أن

$\forall \alpha\in]2;+\infty[\quad \alpha^2-4-\sqrt{\alpha^4-4\alpha^2}<0$

ب- بين أن g تقابل من $[2;+\infty[$ إلى $[2;+\infty[$.

ج- حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من $[2;+\infty[$.

5) نعتبر الدالة φ المعرفة بما يلي :

$$\varphi(x)=\frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2+2x}}$$

أ- حدد D_φ مجموعة تعريف الدالة φ .

ب- أوجد دالة h بحيث :

$\forall x\in D_\varphi \quad \varphi(x)=foh(x)$

ج- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $h(x)=2$.

د- أدرس تغيرات الدالة φ باعتبارها مركب الدالتين h و f .

2) إعط جدول تغيرات الدالة f معللا أجوبتك .

3) نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي :

$$g(x)=\frac{x^2-2|x|+1}{x^2+4|x|+4}$$

أ- حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g .

ب- حدد دالة عددية h بحيث $g=h\circ f$

ج- استنتج تغيرات الدالة g .

تمرين رقم 3 :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{|x|-1}{|x|+2}$$

1) أ- أدرس زوجية الدالة f .

ب- بين أن العدد $-\frac{1}{2}$ هو القيمة الدنيا المطلقة للدالة f

ج- بين أن الدالة f محدودة